

Ко второму из приведенных выше типов уравнений сводится система двух уравнений или, как выражается Диофант, *двойное уравнение*:

$$\left. \begin{aligned} y^2 &= ax + b^2, \\ z^2 &= cx + b^2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

По существу, нет нужды, чтобы последние члены на правой стороне были одинаковыми; достаточно, чтобы они были просто квадратными числами, ибо в этом случае им можно придать одинаковое значение в обоих уравнениях, умножив одно из них на квадрат.

Допустим для простоты, что это уже сделано. Вычтя одно уравнение из другого и выразив x через z , получаем:

$$y^2 - z^2 = \frac{a-c}{c}(z^2 - b^2) = \frac{a-c}{c}(z-b)(z+b).$$

Если положить $z = t + b$, то имеем:

$$y^2 = \frac{a}{c}t^2 + \frac{2ab}{c}t + b^2 \text{—уравнение типа (2).}$$

Благодаря другим уловкам того же порядка, с алгебраической точки зрения, имеющим, следовательно, общий характер, или же благодаря более специальному употреблению числовых свойств предположенных чисел, Диофант сумел найти также частные рациональные решения для уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} y^2 &= ax^2 + bx + c, \\ z^2 &= dx^2 + ex + f, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

однако в том только случае, если c и f или a и d представляют одновременно квадратные числа.

Но понять общий метод Диофанта можно лишь рассмотревши, как он решает ряд частных задач. Поэтому мы приведем здесь образчики его задач и их решения. Так, например, в шестой задаче шестой книги требуется найти такой прямоугольный треугольник, чтобы сумма площади его и одной стороны, выраженная в рациональных числах, равнялась некоторому данному числу. Чтобы лучше понять, когда Диофант употребляет свои символы и когда нет, мы при изложении этой задачи будем пользоваться символами x и x^2 вместо оригинальных знаков Диофанта, употребляя в то же время другие буквы для обозначения чисел, которые он выражает словами.

Задача тогда сводится к тому, чтобы найти такие рациональные значения A, B и C , которые удовлетворяют уравнениям:

$$A^2 + B^2 = C^2$$

и

$$\frac{1}{2} AB + A = a,$$

где a представляет некоторое данное число.